电磁学 A 作业二

2023 年 3 月 14 日
2023 年 3 月 21 日收

Problem 1

计算积分 $\oiint_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$，其中 $\vec{F} = yx^2\hat{x} + (xy^2 - 3z^4)\,\hat{y} + (x^3 + y^2)\,\hat{z}$，$S$ 是半径为 4、$z \le 0$ 且 $y \le 0$ 的四分之一球的表面，注意 S 由三部分组成。要求直接计算和高斯定理两种方法解答。

Problem 2

计算积分 $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$，其中 $\vec{F} = z^2\hat{x} + y^2\hat{y} + x\hat{z}$，$C$ 为由顶点 (1,0,0), (0,1,0),(0,0,1) 构成的三角形，积分方向为逆时针方向。要求直接计算和斯托克斯定理两种方法解答。

Problem 3

计算积分 $\oiint_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$, 其中 $\vec{F} = \sin(\pi x)\hat{x} + zy^3\hat{y} + (z^2 + 4x)\,\hat{z}$, S 是 $-1 \le x \le 2, 0 \le y \le 1, 1 \le z \le 4$ 围成的立方体的表面。要求直接计算和高斯定理两种方法解答。

Problem 4

计算积分 $\iint_S \nabla \times \vec{F} \cdot d\vec{S}$，其中 $\vec{F} = z^2\hat{x} - 3xy\hat{y} + x^3y^3\hat{z}$，$S$ 为 $z = 5 - x^2 - y^2$ 在 $z = 1$ 平面上的部分，S 方向指向上。

Problem 5

A, B 是空间中距离为 l 的点，两点之间的矢量用 $\vec{l}$ 表示，$\vec{r}_+, \vec{r}_-$ 分别是空间中任一点 P 到这两点的矢量, P 到这两点连线中点的矢量为 $\vec{r}$,

1. 证明：$r_-^2 - r_+^2 = 2\vec{l} \cdot \vec{r}$,
2. 计算 $\vec{F} = \frac{\vec{r}_+}{r_+^3} - \frac{\vec{r}_-}{r_-^3}$ 关于 l 的最低价泰勒展开。

Problem 6

计算半径为 a 的圆盘相对于轴线上一点 P 所张的立体角，圆盘的法向取为向上的方向。已知 P 与圆盘距离为 h。

Problem 7

无限大平面 S 的法向取向上方向，试计算 S 相对于其上方和下方某点所张的立体角。